This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

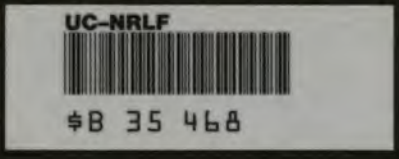
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

QB
362
S4



YC 22137

Digitized by Google

LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY OF CALIFORNIA.
RECEIVED BY EXCHANGE
Class

360
S344

Untersuchungen über einen Specialfall des Problems der drei Körper mit nahezu periodischer Lösung.

LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung der Doctorwürde

der hohen philosophischen Fakultät

der Königl. Christian-Albrechts-Universität zu Kiel

vorgelegt von

Rudolf Schlitt,
aus Hamburg.

Opponenten:

Herr **Erich Boehm**, Dr. phil.
Herr **August Lienhop**, cand. math.
Herr **Alexander Wilkens**, cand. astr.

KIEL.
Druck von P. Peters.
1903.

Digitized by Google

Digitized by Google

Untersuchungen über einen Specialfall des Problems der drei Körper mit nahezu periodischer Lösung.

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung der Doctorwürde

der hohen philosophischen Fakultät

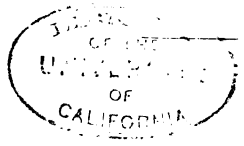
der Königl. Christian-Albrechts-Universität zu Kiel

vorgelegt von

Rudolf Schlitt,
aus Hamburg.

Opponenten:

Herr **Erich Boehm,** Dr. phil.
Herr **August Lienhop,** cand. math.
Herr **Alexander Wilkens,** cand. astr.



KIEL,
Druck von P. Peters,
1903.

Digitized by Google

Q13362
S4

No. 8.*
Rektoratsjahr 1903/4.
Zum Druck genehmigt:
Dr. Kauffmann,
z. Zt. Dekan.

Digitized by Google

Seiner lieben Mutter

in Dankbarkeit gewidmet.

186609

Digitized by Google

Digitized by Google

LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY
OF
CALIFORNIA

Einleitung: Über die analytischen Grundlagen des Problems.

Im Jahre 1897 erschien in der Zeitschrift „Acta Mathematica" von dem englischen Astronomen *G. H. Darwin* eine Abhandlung: „Periodic orbits", in der die in neuerer Zeit immer mehr im Probleme der drei Körper in den Vordergrund tretende Frage nach periodischen Lösungen erörtert wurde. Schon *H. Poincaré*, der auf diesem Gebiete bei weitem die grössten, alle bisherigen übertreffenden Erfolge erzielt hatte, hatte kurz vorher sie als den Weg bezeichnet, auf dem man möglicherweise zur allgemeinen Lösung des Problems, an dem bis jetzt alle Versuche gescheitert waren, gelangen könnte. Die Mittel, deren sich *Darwin* bediente, um zu solchen periodischen Lösungen zu gelangen, sind, abgesehen von den dazu nötigen analytischen Grundlagen, die der mechanischen Quadratur. Unter beliebig gewählten Anfangsbedingungen, soweit sie nicht schon durch die Specialisierung des Problems beschränkt sind, wird eine Bahn begonnen und schrittweise bis zu einem Punkte verfolgt, der ein Kriterium über ihre Periodicität giebt. Ist die Periodicität nachgewiesen, so ist die Arbeit damit zunächst zu Ende; im entgegengesetzten Falle wird durch eine kleine Änderung gewisser Constanten in den Anfangsbedingungen ein zweiter und, wenn nötig, auch ein dritter und vierter Versuch gemacht, bis die periodische Lösung entweder nahezu erreicht wird oder als unter den gegebenen Voraussetzungen unmöglich nachgewiesen wird.

Die Annahmen und Specialisierungen, deren *Darwin* sich bei allen seinen Untersuchungen bediente, sind nun folgende: Alle betrachteten Bewegungen finden in der Ebene statt, in der 2 Körper die Sonne S von der Masse $\nu=10$ und Jupiter J von der Masse 1 in der Entfernung 1 voneinander mit der Winkel-

Digitized by Google

geschwindigkeit n eine kreisförmige Bewegung umeinander vollführen. Es entsteht nun die Aufgabe, die Bewegung eines dritten Körpers von unendlich kleiner Masse unter dem Einflusse dieser beiden zu verfolgen. Es seien x y die rechtwinkligen heliocentrischen, x—1, y die joricentrischen Koord. von P, bezogen auf ein sich mit der Winkelgeschw. n drehendes Koordsyst, die zugehörigen Polarkoord. r, Θ, ϱ, φ, X, Y die rechtw. Koord. eines bel. Punktes, bezogen auf ein Koords., das sich mit der Winkelgeschw. ω dreht. P stehe unter dem Einflusse von Kräften, deren Potential U ist; dann lauten, indem t die Zeit bedeutet, die zugehörigen Bewegungsgleichungen:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dX}{dt}-\omega Y\right)-\omega\left(\frac{dY}{dt}+\omega X\right)=\frac{\partial U}{\partial X}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dY}{dt}+\omega X\right)+\omega\left(\frac{dX}{dt}-\omega Y\right)=\frac{\partial U}{\partial Y}\ .$$

Wird nun der Schwerpunkt des Systems als Koord.-Anfangspunkt aufgenommen, so wird unter den obigen Vorraussetzungen:

$$X=x-\frac{1}{\nu+1},\quad Y=y,\quad n^2=\nu+1,\quad U=\frac{\nu}{r}+\frac{1}{\varrho}$$

und die Bewegungsgleichungen von P werden für: $\omega=n$

$$\frac{d^2x}{dt^2}-2n\frac{dy}{dt}-(\nu+1)\left(x-\frac{1}{\nu+1}\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\nu}{r}+\frac{1}{\varrho}\right)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2}+2n\frac{dy}{dt}-(\nu+1)y=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\nu}{r}+\frac{1}{\varrho}\right)$$

Da $r^2=x^2+y^2$, $\varrho^2=(x-1)^2+y^2$ ist, so erhält man:

$$\frac{d^2x}{dt^2}-2n\frac{dy}{dt}=\frac{\partial\Omega}{\partial x}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2}+2n\frac{dx}{dt}=\frac{\partial\Omega}{\partial y}\ ,\ \text{wo}$$

$$2\Omega=\nu\left(r^2+\frac{2}{r}\right)+\left(\varrho^2+\frac{2}{\varrho}\right)\quad\text{gesetzt ist.}$$

Digitized by Google

Aus den beiden letzten Gleichungen gewinnt man das Jacobische Integral:

$$V^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = 2\Omega - C,$$

wo: C eine Integrationsconstante, V die relative Geschwindigkeit bedeutet.

Bezeichnet man ferner mit s den Bogen der relativen Bahn, gemessen von einem bel. Punkte und mit φ den Winkel, den die nach auswärts gerichtete Normale der Bahn mit der pos. x = Achse bildet, so wird:

$$\frac{dx}{ds} = -\sin\varphi;\ \frac{dy}{ds} = \cos\varphi$$

Für den einem bel. Curvenpunkte x, y zugehörigen Krümmungsradius, R erhält man aus der Gleichung:

$$\frac{1}{R} = \frac{\frac{d^2y}{dt^2}\frac{dx}{dt} - \frac{d^2x}{dt^2}\frac{dy}{dt}}{\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

leicht die Formel:

$$\frac{1}{R} = \frac{P}{V^2} - \frac{2n}{V}\ ,\ \text{wo:}$$

$$P = \nu\left(\frac{1}{r^2} - r\right)\cos(\varphi - \Theta) + \left(\frac{1}{\varrho^2} - \varrho\right)\cos(\varphi - \psi)$$

$$V^2 = \nu\left(r^2 + \frac{2}{r}\right) + \left(\varrho^2 + \frac{2}{\varrho}\right) - C \text{ gesetzt ist.}$$

Es ergiebt sich also: $R = R(\nu, \varrho, \Theta, \psi, \varphi)$ und nimmt man ais Anfangswerte der zu berechnenden Bahn: s_0, φ_0, x_0, y_0, t_0 an, so erhält man die zur Weiterberechnung der Bahn nötigen Gl.:

Digitized by Google

$$\varphi = \varphi_0 + \int_{s_0}^{s} \frac{ds}{R}$$

$$x = x_0 - \int_{s_0}^{s} \sin\varphi \, ds$$

$$y = y_0 + \int_{s_0}^{s} \cos\varphi \, ds$$

$$n(t - t_0) = \int_{s_0}^{s} \frac{n}{V} ds$$

Aus den letzten Formeln wird nun das Vorgehen beim Berechnen einer Bahn ersichtlich. Mit einem vorläufig angenommenen Werte der Krümmung $\frac{1}{R}$ gehörig zum Argumente $s + \Delta s$, gewinnt man durch eine Integration den Winkel φ, durch zwei weitere einmalige Integrationen die Koord. x und y mit den zugehörigen Polarkoord. r, ϱ, Θ, ψ, woraus sich ein verbesserter Wert von $\frac{1}{R}$ berechnen lässt. Mit diesem tritt eine Wiederholung der Rechnung ein, bis der angenommene Wert mit dem berechneten genügend genau übereinstimmt. Der Unterschied der Darwinschen gegenüber allen anderen Rechnungsmethoden dieser Art ist, dass die Bogenlänge statt der Zeit als unabhängige Variable angenommen und dadurch eine wesentliche Vereinfachung von Versuchen herbeigeführt wird, weil nur für das Endresultat die Zeit durch eine einfache Quadratur zu ermitteln ist.

Der Prozess zur Bestimmung einer periodischen Bahn spielt sich nun in folgender Weise ab: Mit einem voraus fest gewählten Werte von C beginnt man in einer gewissen Entfernung x von der Sonne auf der Verbindungslinie SI mit einer Geschwindigkeit senkrecht zu derselben eine Bahn zu rechnen und verfolgt sie soweit, bis sie zum ersten Male wieder die Verbindungslinie SI schneidet. Tritt dieses wieder unter rechten Winkeln ein, so ist die relative Bahn periodisch, d. h. es spielt sich genau derselbe Process in umgekehrter Reihenfolge wieder ab, der Punkt kehrt also beim zweiten Schneiden der x = Achse zu

Digitized by Google

demselben Anfangswerte mit derselben Richtung und Grösse der Geschwindigkeit zurück. In Bezug auf ein festes Koordinatensystem, dessen Anfangspunkt im ersten Körper oder im Schwerpunkt des ganzen Systems liegt, würde dieses Zurückkehren nicht mehr zu demselben ursprünglichen Punkte geschehen, da sich ja der Körper I um den Winkel n $(T-t_0)$ gedreht hat, wenn T die synodische Umlaufszeit des Körpers P bedeutet. Ist dieser Winkel aber gerade 2π, so ist auch die absolute Bahn periodisch. Beträgt jedoch der Winkel φ nach dem ersten Schnitte mit der pos. x=Achse nur nahezu 180^0, so gelingt es häufig bei festgehaltener Constante C durch kleine Änderung der Constanten x_0 bei nochmaliger Rechnung der Bahn den Unterschied des Winkels von 180^0 zu beseitigen. Dass jedoch die dazu erforderlichen Rechnungen mit grossen Schwierigkeiten verknüpft sein können, die ihren Grund teilweise nur in den angewandten Arbeitsgleichungen, teilweise aber in dem Problem selbst haben, indem sich gewisse zu integrierende Functionen Unstetigkeitspunkten nähern, möge die vorliegende Arbeit zeigen.

Die Untersuchungen *Darwins* beziehen sich fast ausschliesslich auf sogenannte: „simply periodic orbits", d. h. auf solche Bahnen, die unter den oben angegebenen Voraussetzungen bereits nach einem relativen Umlauf periodisch werden. Damit ist aber die Anzahl der möglichen periodischen Bahnen keineswegs erschöpft, tritt überhaupt einmal ein rechtwinkliges Schneiden der Bahn mit der x = Achse ein, so ist die Bahn ebenfalls als periodisch zu bezeichnen. Nehmen wir an, der p = te Schnittpunkt wäre ein solcher, dann würde nach p relativen Umläufen dieselbe Anfangslage wieder erreicht sein, d. h. die Bahn wäre periodisch von der p-ten Ordnung. In dem nun vorliegenden zu behandelnden Falle haben wir es mit einer derartigen, nahezu periodischen Bahn von der Ordnung 2 zu thun. *Darwin*, welcher bei der Bestimmung dieser Bahn infolge der bereits eben kurz angegebenen Gründe auf Schwierigkeiten gestossen war, andererseits sich mit derselben auch nicht weiter aufgehalten hatte, weil sie ausserhalb des Rahmens seiner Untersuchungen lag, sagt von ihr folgendes:

In the seventh $x_0 = 1.10\ x_1$ has become quite small. This

Digitized by Google

last has very nearly a cusp. It is not so accurately computed as the preceding ones, having been the first difficult orbit undertaken, and my methods at that time were not quite so satisfactory as they became subsequently. In this seventh orbit at the final intersection φ has just passed through the value zero, and I think it is probable, that there is an orbit of very nearly this form, with the final φ exactly zero. Such an orbit would be periodic, but as it would not be simply periodic, it falls outside the scope of this paper. (siehe: Acta Math. Bd. 21 S 72.)

Auf letztere Bahn von meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. *Harzer*, aufmerksam gemacht, habe ich untersucht, ob der Werth: $\varphi = 0$ sich wirklich erreichen liess, und ob es möglich sei, die dabei auftretenden Schwierigkeiten zu überwinden. Die Anzahl der zu diesem Zwecke gerechneten Bahnen beträgt im ganzen 5, die alle mit derselben Constanten $C = 39$ gerechnet, in verschiedenen, aber nahe bei einander liegenden Punkten der $x =$ Achse ihren Anfangspunkt haben und sämtlich über einen ganzen relativen Umlauf verfolgt sind. Während die ersteren vier, die zunächst nur als Versuchsbahnen aufzufassen sind, um dem Werte $\varphi = 0$ möglichst nahe zu kommen, mit 5 stelligen Logarithmen berechnet sind, musste die letzte definitive Bahn entsprechend der angetroffenen Schwierigkeiten siebenstellig gerechnet werden. Da sich infolge der bei dem Probleme auftretenden Schwierigkeiten und der an einigen Punkten der Bahn etwas weniger zuverlässigen Convergenz der angewandten Interpolationsformeln die letzte Stelle nicht mehr garantieren liess, so habe ich die letzten Stellen gestrichen und im Resultate die erste mit 3, die zweite mit 4, die letzte mit 6 Dezimalen angegeben. Diese Resultate meiner Rechnungen lasse ich nun zunächst folgen, um daran die nötige Discussion anzuknüpfen, während die beigelegten Zeichnungen die Ergebnisse auch geometriseh veranschaulichen sollen.

Für alle Bahnen gemeinsam ist:

$C = 39$; $\nu = 10$; $\log 2n = \log 2\sqrt{11} = 0.8217264$

Die Anfangsbedingungen für die verschiedenen Bahnen, für die gemeinsam $J_0 = 0$, $\varphi_0 = 0$ angenommen worden ist, sind:

Digitized by Google

$x_0 - 1$: I. 0.1080
II. 0.1000
III. 0.0994
IV. 0.09820
V. 0.098000

Damit fand ich:

Bahn I.

S	$\frac{1}{R}$	φ	x—1	y	V^2
0.00	6.276	0°0′	0.108	0.000	9.86
0.02	6.251	7°11′	0.107	0.020	9.75
0.04	6.180	14°18′	0.103	0.039	9.45
0.06	6.074	21°20′	0.097	0.058	8.96
0.08	5.959	28°13′	0.089	0.077	8.33
0.10	5.850	34°59′	0.078	0.094	7.62
0.12	5.786	41°39′	0.066	0.109	6.85
0.14	5.784	48°16′	0.052	0.123	6.07
0.16	5.868	54°56′	0.036	0.136	5.31
0.18	6.044	61°46′	0.019	0.146	4.60
0.20	6.413	68°56′	0.001	0.155	4.04
0.22	6.895	76°32′	—0.018	0.161	3.47
0.24	7.483	84°46′	—0.038	0.164	3.00
0.26	8.070	93°42′	—0.058	0.164	2.63
0.28	8.473	103°11′	—0.078	0.161	2.38
0.30	8.486	112°57′	—0.097	0.155	2.25
0.32	7.962	122°26′	—0.115	0.145	2.20
0.34	7.307	131°11′	—0.131	0.133	2.25
0.36	6.448	139°4′	—0.145	0.119	2.34
0.38	5.602	145°54′	—0.157	0.103	2.47
0.40	4.887	151°58′	—0.167	0.086	2.59
0.42	4.299	157°13′	—0.176	0.068	2.69
0.44	3.830	161°51′	—0.183	0.049	2.75
0.46	3.454	166°1′	—0.188	0.030	2.76
0.48	3.153	169°48′	—0.192	0.010	2.71
0.50	2.919	173°16′	—0.195	—0.010	2.60
0.52	2.750	176°31′	—0.197	—0.030	2.43
0.54	2.657	179°36′	—0.198	—0.050	2.21
0.56	2.718	182°40′	—0.197	—0.070	1.92
0.58	3.021	185°56′	—0.196	—0.090	1.60
0.60	3.887	189°48′	—0.193	—0.110	1.25
0.61	4.765	192°17′	—0.191	—0.119	1.07
0.62	6.240	195°24′	—0.189	—0.129	0.90
0.63	8.838	199°39′	—0.186	—0.139	0.72
0.64	13.609	205°57′	—0.182	—0.148	0.56
0.65	22.262	215°59′	—0.177	—0.156	0.42
0.655	28.192	223°11′	—0.174	—0.160	0.37
0.660	33.900	232°6′	—0.170	—0.164	0.33
0.665	36.898	242°20′	—0.166	—0.166	0.32
0.670	35.371	252°49′	—0.161	—0.168	0.34

Digitized by Google

S	$\frac{1}{R}$	φ	x—1	y	V^2
0.675	30.098	262°16′	—0.156	—0.169	0.38
0.680	23.854	269°59′	—0.151	—0.170	0.45
0.685	18.338	276°0′	—0.146	—0.169	0.54
0.690	14.133	280°37′	—0.141	—0.169	0.65
0.695	10.961	284°11′	—0.136	—0.167	0.78
0.700	8.719	286°59′	—0.132	—0.166	0.92
0.71	5.933	291°10′	—0.122	—0.163	1.22
0.72	4.252	294°4′	—0.113	—0.160	1.58
0.73	3.295	296°12′	—0.104	—0.155	2.01
0.74	2.751	297°56′	—0.095	—0.151	2.48
0.76	2.286	300°48′	—0.078	—0.142	3.60
0.78	2.299	303°25′	—0.061	—0.130	5.03
0.80	2.582	306°12′	—0.044	—0.119	6.83
0.82	3.096	309°25′	—0.028	—0.107	9.16
0.84	3.838	313°23′	—0.013	—0.093	12.22
0.86	4.926	318°22′	+0.001	—0.079	16.31
0.88	6.505	324°51′	+0.013	—0.063	21.90
0.90	8.837	333°33′	+0.023	—0.046	29.67
0.92	12.124	345°28′	+0.030	—0.028	39.68
0.94	16.156	361°35′	0.033	—0.008	50.40

Bahn II.

S	$\frac{1}{R}$	φ	x—1	y	V^2
0.00	6.631	0°0′	0.1000	0.0000	11.292
0.02	6.591	7°35′	0.0987	0.0199	11.153
0.04	6.480	15°4′	0.0948	0.0395	10.748
0.06	6.316	22°24′	0.0883	0.0584	10.122
0.08	6.110	29°32′	0.0796	0.0764	9.331
0.10	5.944	36°26′	0.0687	0.0932	8.440
0.12	5.800	43°9′	0.0559	0.1086	7.502
0.14	5.724	49°45′	0.0414	0.1223	6.570
0.16	5.754	56°19′	0 0255	0.1344	5.679
0.18	5.905	62°59′	+0.0083	0.1445	4.852
0.20	6.212	69°54′	—0.0101	0.1525	4.117
0.22	6.696	77°17′	—0.0290	0.1581	3 475
0.24	7.386	85°20′	—0.0488	0.1612	2.944
0.26	7.991	94°10′	—0.0688	0.1613	2.535
0.28	8.475	103°37′	—0.0885	0.1582	2.244
0.30	8.604	113°26′	—0.1074	0.1519	2.070
0.32	8.168	123°7′	—0.1250	0.1424	2.010
0.34	7.346	132°2	—0.1409	0.1302	2.031
0.36	6.370	139°54′	—0.1547	0.1158	2.106
0.38	5.438	146°39′	—0.1668	0.0998	2.206
0.40	4.641	152°24′	—0.1768	0.0826	2.304
0.42	3.964	157°19′	—0.1853	0.0644	2.385
0.44	3.423	161°32′	—0.1923	0.0457	2.424
0.46	2.910	165°12′	—0.1980	0.0265	2.415

Digitized by Google

S	$\frac{1}{R}$	φ	x—1	y	V^2
0.48	2.583	168°22′	—0.2026	0.0071	2.348
0.50	2.254	171°8′	—0.2061	—0.0126	2.222
0.52	1.931	173°32′	—0.2088	—0.0324	2.038
0.54	1.644	175°35′	—0.2107	—0.0523	1.797
0.56	1.410	177°19′	—0.2119	—0.0723	1.519
0.57	1.316	178°6′	—0.2123	—0.0823	1.361
0.58	1.274	178°50′	—0.2125	—0.0923	1.195
0.59	1.287	179°34′	—0.2127	—0.1023	1.026
0.60	1.475	180°21′	—0.2127	—0.1123	0.846
0.61	1.995	181°19′	—0.2126	—0.1223	0.664
0.615	2.538	181°58′	—0.2124	—0.1273	0.571
0.620	3.483	182°49′	—0.2122	—0.1323	0.478
0.625	5.150	184°2′	—0.2118	—0.1373	0.386
0.630	8.558	185°57′	—0.2115	—0.1423	0.293
0.6325	11.686	187°23′	—0.2112	—0.1448	0.248
0.6350	16.747	189°24′	—0.2108	—0.1472	0.202
0.6375	25.941	192°23′	—0.2103	—0.1497	0.158
0.6400	44.148	197°16′	—0.2097	—0.1521	0.116
0.6425	86.370	206°11′	—0.2088	—0.1544	0.077
0.6450	181.333	224°30′	—0.2073	—0.1565	0.049
0.64625	231.999	239°27′	—0.2063	—0.1572	0.042
0.64750	223.294	256°20′	—0.2052	—0.1577	0.044
0.64875	174.650	270°44′	—0.2039	—0.1578	0.050
0.65000	115.564	280°51′	—0.2027	—0.1577	0.067
0.65125	77.252	287°40′	—0.2015	—0.1574	0.086
0.65250	54.383	292°23′	—0.2003	—0.1570	0.106
0.65375	38.845	295°42′	—0.1992	—0.1565	0.129
0.65500	28.743	298°5′	—0.1992	—0.1565	0.154
0.65625	21.760	299°53′	—0.1970	—0.1553	0.179
0.65750	16.123	301°15′	—0.1959	—0.1547	0.211
0.6600	10.402	303°2′	—0.1937	—0.1534	0.260
0.6625	6.540	304°15′	—0.1917	—0.1520	0.318
0.6650	3.891	304°58′	—0.1896	—0.1505	0.379
0.6675	2.519	305°24′	—0.1876	—0.1491	0.440
0.6700	1.378	305°42′	—0.1855	—0.1476	0.505
0.675	—0.040	305°54′	—0.1815	—0.1447	0.641
0.680	—0.802	305°46′	—0.1774	—0.1418	0.785
0.685	—1.234	305°28′	—0.1734	—0.1389	0.938
0.690	—1.470	305°5′	—0.1693	—0.1361	1.101
0.70	—1.689	304°34′	—0.1611	—0.1303	1.460
0.71	—1.700	303°35′	—0.1528	—0.1247	1.868
0.72	—1.558	302°39′	—0.1445	—0.1193	2.327
0.74	—1.171	301°8′	—0.1276	—0.1086	3.447
0.76	—0.688	300°4′	—0.1103	—0.0984	4.905
0.78	—0.229	299°33′	—0.0930	—0.0885	6.100
0.80	0.495	299°40′	—0.0756	—0.0786	9.514
0.82	1.268	300°40′	—0.0583	—0.0686	13.325
0.84	2.368	302°42′	—0.0413	—0.0581	19.117

Digitized by Google

S	$\frac{1}{R}$	φ	x—1	y	V^2
0.85	3.125	304°16′	—0.0330	—0.0525	23.266
0.86	4.151	306°20′	—0.0248	—0.0468	28.778
0.87	5.623	309°7′	—0.0169	—0.0407	36.415
0.88	7.875	312°56′	—0.0094	—0.0341	47.528
0.89	11.698	318°25′	—0.0024	—0.0270	64.818
0.90	18.894	326°58′	+0.0037	—0.0191	94.023
0.905	24.998	333°12′	0.0062	—0.0148	115.992
0.910	33.751	341°34′	0.0081	—0.0102	144.941
0.915	45.013	352°46′	0.0092	—0.0053	178.299
0.920	55.557	367°15′	0.0093	—0.0003	207.093

Bahn III.

S	$\frac{1}{R}$	φ	x—1	y	V^2
0.00	6.660	0°0′	0.0994	0.0000	11.409
0.02	6.619	7°37′	0.0981	0.0199	11.269
0.04	6.504	15°8′	0.0941	0.0395	10.857
0.06	6.334	22°30′	0.0877	0.0584	10.218
0.08	6.140	29°38′	0.0789	0.0764	9.417
0.10	5.952	36°34′	0.0680	0.0931	8.511
0.12	5.805	43°18′	0.0552	0.1084	7.560
0.14	5.722	49°54′	0.0406	0.1222	6.617
0.16	5.741	56°27′	0.0246	0.1342	5.714
0.18	5.881	63°6′	0.0074	0.1442	4.880
0.20	6.188	70°0′	—0.0108	0.1522	4.132
0.22	6.666	77°21′	—0.0302	0.1578	3.482
0.24	7.283	85°20′	—0.0499	0.1608	2.946
0.26	7.959	94°3′	—0.0699	0.1610	2.526
0.28	8.472	103°30′	—0.0896	0.1579	2.230
0.30	8.598	113°20′	—0.1086	0.1517	2.053
0.32	8.190	123°0′	—0.1262	0.1422	1.984
0.34	7.366	131°57′	—0.1420	0.1301	2.000
0.36	6.376	139°50′	—0.1559	0.1157	2.072
0.38	5.423	146°35′	—0.1679	0.0997	2.170
0.40	4.587	155°9′	—0.1780	0.0824	2.272
0.42	3.904	157°9′	—0.1865	0.0643	2.350
0.44	3.361	161°17′	—0.1936	0.0456	2.380
0.46	2.893	164°52′	—0.1994	0.0265	2.367
0.48	2.485	167°57′	—0.2041	0.0071	2.298
0.50	2.118	170°36′	—0.2078	—0.0126	2.169
0.52	1.770	172°49′	—0.2107	—0.0324	1.985
0.54	1.426	174°39′	—0.2129	—0.0523	1.749
0.56	1.111	176°6′	—0.2145	—0.0722	1.465
0.58	0.813	177°12′	—0.2156	—0.0922	1.145
0.60	0.676	178°2′	—0.2164	—0.1122	0.795
0.61	0.865	178°28′	—0.2168	—0.1222	0.613
0.62	1.633	179°8′	—0.2170	—0.1322	0.433

Digitized by Google

S	$\frac{1}{R}$	φ	x—1	y	V^2
0.625	2.900	179°46′	—0.2170	—0.1372	0.335
0.630	5.746	180°57′	—0.2170	—0.1422	0.243
0.635	14 978	183°41′	—0.2168	—0.1472	0.149
0.6375	28.957	186°41′	—0.2166	—0.1497	0.103
0.6400	74.511	193°29′	—0.2162	—0.1521	0.060
0.64125	144.802	201°0′	—0.2158	—0.1533	0.040
0.64250	339.412	217°16′	—0.2152	—0.1544	0.023
0.64375	561.502	252°4′	—0.2142	—0.1551	0.017
0.64500	306.384	279°54′	—0.2130	—0.1552	0.026
0.64625	133.966	294°42′	—0.2118	—0.1548	0.043
0.64750	69.874	301°32′	—0.2107	—0.1542	0.065
0.64875	40.277	305°30	—0.2097	—0.1535	0.088
0.65500	25.510	307°49′	—0.2086	—0.1527	0.112
0.6525	11.803	310°8′	—0.2067	—0.1512	0.163
0.6550	5.244	311°34·	—0.2048	—0.1495	0.216
0.660	0.260	312°0′	—0.2011	—0.1462	0.328
0.665	—1.592	311°53′	—0.1974	—0.1428	0.447
0.670	—2.564	311°18′	—0.1937	—0.1395	0.573
0 68	—3.043	309°34′	—0.1861	—0.1330	0.849
0.69	—3.073	307°51′	—0 1783	—0.1267	1.160
0.70	—2.927	306°6′	—0.1703	—0 1207	1.499
0.72	—2.370	303°4′	—0.1538	—0.1093	2.354
0.74	—1.854	300°39′	—0.1368	—0.0988	3.447
0.76	—1.302	298°50′	—0.1195	—0.0889	4.884
0.78	—0.725	297°41′	—0.1018	—0.0794	6.812
0.80	—0.089	297°13′	—0.0841	—0.0702	9.480
0.82	0.671	297°31′	—0.0663	—0.0610	13.328
0.84	1.687	298°51′	—0.0487	—0.0516	19.264
0.86	3.358	301°39′	—0.0314	—0.0416	29.425
0.87	4.721	303°57′	—0.0230	—0.0362	37.691
0.88	6.925	307°14′	—0.0148	—0.0304	50.192
0.89	10.892	312°13′	—0.0071	—0.0240	70.893
0.90	19.490	320°36′	—0.0002	—0.0168	109.897
0.905	28.075	327°19′	0.0028	—0.0128	143.993
0.910	42.741	337°12′	0.0051	—0.0084	195.165
0.915	64.992	352°30′	0.0064	—0.0036	263.082
0.9175	75.528	362°37′	0.0066	—0.0011	292.207

Bahn IV.

S	$\frac{1}{R}$	φ	x—1	y	V_2
0.00	6.7193	0°0′	0.0982	0.0000	11.649
0.02	6.6767	7°41‘	0.0969	0.0199	11.500
0.04	6.5547	15°16′	0.0929	0.0395	11.071

Digitized by Google

S	$\frac{1}{R}$	φ	x—1	y	V^2
0.06	6.3747	22°41′	0.0864	0.0584	10.411
0.08	6.1684	29°52′	0.0775	0.0763	9.579
0.10	5.9674	36°49′	0.0665	0.0930	8.645
0.12	5.8047	43°33′	0.0536	0.1083	7.668
0.14	5.7126	50°9′	0.0391	0.1219	6.698
0.16	5.7203	56°41′	0.0230	0.1339	5.772
0.18	5.8567	63°18′	0.0057	0.1439	4.920
0.20	6.1475	70°10′	—0.0127	0.1518	4.155
0.22	6.6112	77°28′	—0.0319	0.1574	3.497
0.24	7.2359	85°23′	—0.0516	0.1604	2.946
0.26	7.9484	94°4′	—0.0716	0.1605	2.510
0.28	8.4584	103°31′	—0.0913	0.1574	2.213
0.30	8.5947	113°20′	—0.1103	0.1511	2.031
0.32	8.1926	123°0′	—0.1279	0.1417	1.957
0.34	7.3644	131°57′	—0.1437	0.1295	1.969
0.36	6.3632	139°49′	—0.1576	0.1151	2.035
0.38	5.3893	146°32′	—0.1696	0.0991	2.129
0.40	4.5462	152°13′	—0.1797	0.0819	2.223
0.42	3.8517	157°1′	—0.1883	0.0638	2.293
0.44	3.2748	161°5′	—0.1954	0.0451	2.325
0.46	2.7857	164°33′	—0.2013	0.0260	2.308
0.48	2.3555	167°30′	—0.2061	0.0066	2.235
0.50	1.9506	169°58′	—0.2100	—0.0130	2.105
0.52	1.5571	171°58′	—0.2132	—0.0327	1.919
0.54	1.1436	173°31′	—0.2157	—0.0526	1.682
0.56	0.6963	174°35′	—0.2177	—0.0725	1.398
0.58	0.1642	175°5′	—0.2195	—0.0924	1.079
0.59	—0.1539	175°5′	—0.2204	—0.1024	0.908
0.60	—0.5285	174°54′	—0.2212	—0.1123	0.732
0.61	—0.9755	174°28′	—0.2222	—0.1223	0.552
0.62	—1.5139	173°46′	—0.2232	—0.1322	0.368
0.625	—1.7176	173°18′	—0.2237	—0.1372	0.275
0.630	—1.5619	172°49′	—0.2243	—0.1422	0.182
0.6325	—0.8240	172°38′	—0.2247	—0.1446	0.135
0.6350	2.0795	172°41′	—0.2250	—0.1471	0.088
0.63625	6.5183	172°58′	—0 2251	—0.1484	0.065
0.636875	10.722	173°16′	—0.2252	—0.1490	0.054
0.637500	18.546	173°46′	—0.2253	—0.1496	0.042
0.638125	35.124	174°42′	—0.2253	—0.1502	0.031
0.6384375	52.088	175°28′	—0.2254	—0.1505	0.025
0.6387500	82.386	176°39′	—0.2254	—0.1508	0.019
0.6390625	149.399	178°39′	—0.2254	—0.1512	0.014
0.63921875	223.68	180°16′	—0.2254	—0.1513	0.011
0.63937500	390.51	182°54′	—0.2254	—0.1515	0.007
0.63953125	786.16	187°56′	—0.2254	—0.1516	0.005
0.63968750	2212.27	200°8′	—0.2254	—0.1518	0.003
0.639765625	4612.5	214°49′	—0.2253	—0.1518	0.002
0.639843750	7921.0	242°36′	—0.2253	—0.1519	0.001

Digitized by Google

S	$\frac{1}{R}$	φ	x—1	y	V^2
0.639921875	8455.3	281°23′	—0.2252	—0.1519	0.001
0.640000000	2552.3	309°6′	—0.2251	—0.1519	0.002
0.640078125	1229.0	316°20′	—0.2252	—0.1518	0.003
0.640156250	579.9	319°59′	—0.2251	—0.1518	0.005
0.640234375	426.2	322°5′	—0.2250	—0.1517	0.006
0.640312500	306.4	323°50′	—0.2250	—0.1516	0.007
0.64046875	176.12	325°53′	—0.2248	—0.1515	0.010
0.64062500	116.97	327°10′	—0.2247	—0.1514	0.013
0.6409375	58.65	328°32′	—0.2246	—0.1511	0.019
0.6412500	32.49	329°23′	—0.2244	—0.1508	0.025
0.641875	12.250	329°59′	—0.2241	—0.1503	0.037
0.642500	3.364	330°14′	—0.2238	—0.1498	0.049
0.64375	—3.1111	330°7′	—0.2232	—0.1487	0.073
0.64500	—5.6491	329°46′	—0.2225	—0.1476	0.097
0.6475	—7.1684	328°46′	—0.2213	—0.1454	0.145
0.6500	—7.5402	327°42′	—0.2199	—0.1433	0.194
0.655	—7.3732	325°31′	—0.2172	—0.1391	0.296
0.660	—7.0322	323°27′	—0.2143	—0.1351	0.403
0.67	—6.3504	319°37′	—0.2081	—0.1272	0.629
0.68	—5.7652	316°8	—0.2014	—0.1198	0.878
0.69	—5.2492	312°59′	—0.1942	—0.1128	1.156
0.70	—4.7816	310°7′	—0.1867	—0.1062	1.468
0.72	—3.9397	305°7′	—0.1709	—0.0940	2.224
0.74	—3.1854	301°3′	—0.1541	—0.0831	3.207
0.76	—2.5019	297°48′	—0.1367	—0.0733	4.508
0.78	—1.8555	295°18′	—0.1188	—0.0644	6.262
0.80	—1.2241	293°32′	—0.1006	—0.0562	8.691
0.82	—0.5563	292°30′	—0.0822	—0.0484	12.197
0.84	0.2471	292°18′	—0.0637	—0.0408	17.590
0.86	1.3705	293°23′	—0.0452	—0.0330	26.788
0.87	2.2638	294°25′	—0.0361	—0.0290	34.270
0.88	3.6381	296°5′	—0.0270	—0.0247	45.638
0.89	6.0856	298°48′	—0.0181	—0.0201	64.823
0.895	8.2242	300°50′	—0.0138	—0.0177	80.285
0.900	11.6966	303°39′	—0.0096	—0.0150	103.487
0.905	18.0852	307°50′	—0.0055	—0.0121	141.711
0.910	32.1620	314°46′	—0.0017	—0.0088	213.906
0.9125	46.613	320°20′	—0.0000	—0.0070	278.027
0.9150	72.933	328°43′	0.0014	—0.0049	379.955
0.9175	120.728	342°16′	0.0025	—0.0027	538.088
0.9200	176.882	363°33′	0.0028	—0.0002	697.671

Bahn V.

Diese letztere Bahn ist als Hauptergebnis der ganzen

Digitized by Google

Rechnung anzusehen; daher werden die Resultate bei dieser letzten genauer und ausführlicher angegeben, als bei den übrigen vier.

S	$\frac{1}{R}$	φ	x—1	y	V^2
0.0000	6.729689	0°0′ 0″	0.098000	0.000000	11.68874
0.0025	6.728995	0°57′50″	0.097979	0.002500	11.68638
0.0050	6.726911	1°55′40″	0.097916	0.004999	11.67933
0.0075	6.723434	2°53′28″	0.097811	0.007497	11.66761
0.0100	6.718613	3°51′13″	0.097664	0.009992	11.65113
0.015	6.704892	5°46′36″	0.097244	0.014975	11.60438
0.020	6.685913	7°41′41″	0.096658	0.019940	11.53942
0.025	6.661885	9°36′25″	0 095905	0.024883	11.45668
0.030	6.633083	11°30′41″	0.094989	0.029798	11.35681
0.04	6.562471	15°17′33″	0.092671	0.039524	11.10855
0.05	6.477343	19°1′ 43″	0.089721	0.049077	10.80109
0.06	6.381226	22°42′46″	0.086158	0.058418	10.44242
0.08	6.172357	29°54′23″	0 077293	0.076332	9.60523
0.10	5.969396	36°51′39″	0 066289	0.093018	8.66483
0.12	5.805206	43°36′7″	0 053375	0.108274	7.68280
0.14	5.710859	50°11′31″	0 038779	0.121930	6.70906
0.16	5.716364	56°43′42″	0.022719	0.133832	5.78083
0.18	5.851312	63°20′33″	0 005404	0.143819	4.92451
0.20	6.143404	70°11′55″	—0.012960	0.151712	4.15829
0.22	6.609234	77°29′18″	—0.032152	0.157289	3.49515
0.24	7.230888	85°24′19″	—0.051911	0.160282	2.94490
0.26	7.914297	94°5 1″	—0.071892	0.160394	2.51502
0.28	8.456029	103°29′23″	—0.091639	0.157362	2.20954
0.30	8.596346	113°18′45″	—0.110596	0.151060	2.02583
0.32	8.196304	122°59′18″	—0.128204	0.141622	1.95115
0.34	7.366015	131°56′0″	—0.144044	0.129455	1.96198
0.36	6.359076	139°47′51″	—0.157934	0.115079	2.02852
0.38	5.385284	146°30′53″	—0.169893	0.099065	2.12064
0.40	4.540732	152°11′18″	—0.180060	0.081852	2.21219
0.42	3.839838	156°58′42″	—0.188621	0.063784	2.28178
0.44	3.259328	161°2′ 11″	—0.195767	0.045108	2.31338
0 46	2.765892	164°28′57″	—0.201679	0.026005	2.29593
0.48	2.328034	167°23′49″	—0.206523	+0.006602	2.22307
0.50	1.918641	169°49′43″	—0.210458	—0.013005	2.09259
0.52	1.512445	171°47′43″	—0.213638	—0.032750	1.90619
0.54	1.088250	173°17′17″	—0.216220	—0.052582	1.66827
0.56	0.607675	174°16′3″	—0.218372	—0.072466	1.38583
0.58	0.027952	174°38′36″	—0.220285	—0.092374	1.06700
0.59	—0.338026	174°33′26″	—0.221223	—0.102330	0.89683
0.60	—0.791667	174°14′20″	—0.222196	—0.112282	0.72104
0.61	—1.398563	173°37′15″	—0.223248	—0.122227	0.54091
0.62	—2.305762	172°34′43″	—0.224442	—0.132155	0.35753
0.625	—2.984128	171°49′29″	—0.225119	—0.137109	0.26517
0.630	—3.927081	170°50′37″	—0.225871	—0.142052	0.17245

Digitized by Google

S	$\frac{1}{R}$	φ	x—1	y	V^2
0.6325	—4.494699	170°14′30″	—0 226281	—0.144518	0.12603
0.63375	—4.796955	169°54′35″	—0.226497	—0.145749	0.10286
0.63500	—4.81074	169°33′59″	—0 226719	—0.146979	0.07968
0.63625	—4.16047	169°14′19″	—0.226949	—0.148208	0.05651
0.636875	—2.92125	169°6′ 49″	—0.227067	—0.148822	0.04439
0.637500	0.21908	169°3′ 23″	—0.227185	—0.149436	0.03336
0.638125	10.00389	169°12′33″	—0.227303	—0.150049	0.02179
0.6384375	23.78992	169°30′10″	—0.227361	—0.150356	0.01603
0.6387500	62.48992	170°12′53″	—0.227416	—0.150664	0.01027
0.63890625	115.8274	170°59′28″	—0.227442	—0.150818	0.00739
0.63906250	270.5593	172°36′2″	—0.227464	—0.150973	0.00453
0.63914062	503.9441	174°17′21″	—0.227473	—0.151050	0.00311
0.63921875	1324.7448	178°1′ 12″	—0.227479	—0.151128	0.00170
0.63925781	3003.186	182°40′33″	—0.227479	—0.151167	0.00101
0.63927734	5536.852	187°16′7″	—0.227477	—0.151187	0.00068
0.63928710	8383.392	191°6′ 34″	—0.227476	—0.151196	0.00052
0.63929686	14794.961	197°20′1″	—0.227473	—0.151206	0.00035
0.63930662	30642.516	209°24′56″	—0.227470	—0.151215	0.00022
0.63931150	47431.33	220°5′ 40″	—0.227467	—0.151219	0.00016
0.63931638	71544.72	236°33′57″	—0.227463	—0.151222	0.00012
0.63932126	77733.49	258°20′35″	—0.227459	—0.151224	0.00012
0.63932614	56940.61	277°47′48″	—0.227454	—0.151224	0.00015
0.63933102	38097.84	291°2′ 44″	—0.227449	—0.151223	0.00019
0.63933590	24220.76	299°36′43″	—0.227445	—0.151221	0.00026
0.63934566	12326.47	308°51′56″	—0.227437	—0.151215	0.00041
0.63935542	7522.56	314°5′ 14″	—0.227430	—0.151209	0.00056
0.63937500	3796.35	319°12′13″	—0.227416	—0.151194	0.00091
0.63941406	1621.81	324°38′26″	—0.227392	—0.151163	0.00158
0.63945312	928.33	327°13′5″	—0.227371	—0.151131	0.00225
0.63953125	451.612	329°25′2″	—0.227330	—0.151064	0.00371
0.63960936	262.973	330°54′23″	—0.227291	—0.150996	0.00511
0.63968750	172.2628	331°50′42″	—0.227254	—0.150928	0.00653
0.63984375	89.5206	332°52′12″	—0.227182	—0.150789	0 00940
0.64000000	52.1764	333°28′13″	—0.227111	—0.150650	0.01228
0.6403125	20.6554	333°59′25″	—0.226973	—0.150369	0.01806
0.6406250	7 5295	334°12′55″	—0.226837	—0.150088	0.02385
0.641250	—2.6090	334° 12′1″	—0.226566	—0.149525	0.03547
0.641875	—6.4606	334° 1′ 9″	—0.226293	—0.148963	0.04713
0.642500	—8.1743	333° 45′4″	—0.226018	—0.148402	0.05884
0.64375	—9.3668	333°5′ 49″	—0.225459	—0.147283	0.08235
0.64500	—9.6245	332°24′41″	—0.224887	—0.146172	0.10601
0.6475	—9.35750	331°1′ 54″	—0.223702	—0.143971	0.15383
0.6500	—8.96159	329°43′4″	—0.222466	—0.141798	0.20235

Digitized by Google

S	$\frac{1}{R}$	φ	x—1	y	V^2
0.655	—8.21851	327°15′19″	—0.219852	—0.137536	0.30187
0.660	—7.63877	324°59′26″	—0.217063	—0.133386	0.40492
0.67	—6.77542	320°52′56″	—0.211030	—0.125413	0.62468
0.68	—6.11327	317°11′39″	—0.204472	—0.117866	0.86751
0.69	—5.56392	313°51′6″	—0.197463	—0.110735	1.13578
0.70	—5.07218	310°48′24″	—0.190068	—0.104005	1.43827
0.72	—4.19471	305°29′51″	—0.174331	—0.091677	2 16896
0.74	—3.41738	301°9′ 1″	—0.157608	—0.080715	3.12116
0.76	—2.71216	297°38′42″	—0.140177	—0.070919	4.38107
0.78	—2.05603	294°54′59″	—0.122233	—0.062084	6.07869
0.80	—1.42207	292°55′29″	—0.103943	—0.053995	8.42659
0.82	—0.76980	291°39′53″	—0 085430	—0.046429	11.80494
0.84	0.00335	291°12′26″	—0.066804	—0.039143	16.97363
0.86	1.07459	291°47′10″	—0 048183	—0.031847	25.70275
0.87	1.88015	292°37′25″	—0.038922	—0.028074	32 7231
0.88	3.08918	294°1′ 11″	—0.029736	—0.024124	43.2603
0.89	5.18488	296°19′55″	—0.020679	—0 019886	60.7279
0.895	6.95346	298°3′ 43″	—0.016231	—0.017604	74.536
0.900	9.75474	300°25′20″	—0.011865	—0 015166	94.869
0.905	14.71936	303°51′32″	—0.007627	—0.012515	127.470
0.910	25.13135	309°22′57″	—0.003604	—0.009551	186.904
0.9125	35.37258	313°40′29″	—0.001730	—0.007897	238.384
0.9150	53.91336	319°55′21″	—0.000013	—0.006082	319.815
0.9175	90 00322	329°56′56″	—0.001436	—0.004050	456.375
0.9200	157.21311	347°11′11″	—0.002378	—0.001748	668.720
0.9225	201.28010	373°43′5″	—0 002401	—0.000721	789.033

S	log r	Θ	log ϱ	ψ
0.0000	0.040602	0°0′ 0″0	8.991226	0°0′ 0″
0.0025	0.040595	0°7′ 49″6	8.991274	1°27′41″
0.0050	0.040574	0°15′39″2	8.991418	2°55′22″
0.0075	0.040538	0°23′28″5	8.991659	4°22′59″
0.0100	0.040487	0°31′17″7	8.991995	5°50′31″
0.015	0.040344	0°46′54″8	8.992952	8°45′15″
0.020	0.040143	1°2′ 30″0	8.994285	11°39′23″
0.025	0.039885	1°18′2″5	8.995990	14°32′41″
0.030	0.039571	1°33′31″7	8.998056	17°24′59″
0.04	0.038773	2°4′ 17″7	9.003235	23°5′ 52″
0.05	0.037755	2°34′43″0	9.009730	28°40′42″
0.06	0.036520	3°4′ 43″2	9.017432	34°8′ 20″
0.08	0.033421	4°3′ 10″5	9.035954	44°38′29″
0.10	0.029521	4°59′8″0	9.057748	54°31′27″
0.12	0.024865	5°52′7″3	9.081762	63°45′30″
0.14	0.019494	6°41′40″8	9.107035	72°21′26″
0.16	0.013443	7°27′19″1	9.132728	80°21′56″
0.18	0.006739	8°8′ 26″6	9.158123	87°50′53″

Digitized by Google

S	log r	Θ	log ϱ	ψ
0.20	9.999405	8°44′17″6	9.182598	94°52′57″
0.22	9.991468	9°13′50″5	9.205586	101°33′11″
0.24	9.982968	9°35′44″0	9.226544	107°56′45″
0.26	9.973989	9°48′17″8	9.244943	114°8′ 34″
0.28	9.964680	9°49′41″5	9.260309	120°12′51″
0.30	9.955275	9°38′21″8	9.272348	126°12′32″
0.32	9.946071	9°13′37″1	9.281104	132°9′ 11″
0.34	9.937362	8°35′58″6	9.287043	138°3′ 20″
0.36	9.929365	7°46′55″1	9.290953	143°55′15″
0.38	9.922205	6°48′19″8	9.293729	149°45′13″
0.40	9.915935	5°42′2″9	9.296208	155°33′15″
0.42	9.910561	4°29′41″6	9.299101	161°19′0″
0.44	9.906064	3°12′37″0	9.302972	167°1′ 28″
0.46	9.902408	1°51′56″6	9.308240	172°39′10″
0.48	9.899550	0°28′36″3	9.315189	178°10′8″
0 50	9.897434	—0°56′37″3	9.323992	183°32′10″
0.52	9.895999	—2°23′5″3	9.334721	188°42′55″
0.54	9.895169	—3°50,17″1	9.347373	193°40′6″
0.56	9.894859	—5°17′48″1	9.361881	198°21′28″
0.58	9.894963	— 6°45′23″1	9.378160	202°45′0″
0.59	9.895130	—7°29′8″	9.386933	204°49′25″
0.60	9.895349	—8°12′52″	9.396119	206°48′32″
0.61	9.895594	—8°56′33″	9.405720	208°42′52″
0.62	9.895822	—9°40′13″	9.415741	210°29′25″
0.625	9.895929	—10°2′ 3″	9.420922	211°20′37″
0.630	9.896005	—10°23′53″	9.426229	212°9′ 58″
0.6325	9.896030	—10°34′48″	9.428933	212°33′54″
0.63375	9.896039	—10°40′16″	9.430300	212°45′40″
0.63500	9.896044	—10°45′43″	9.431675	212°57′17″
0.63625	9.896046	—10°51′11″	9.433060	213°8′ 47″
0.636875	9.896047	—10°53′54″	9.433755	213°14′29″
0.637500	9.896047	—10°56′38″	9.434452	213°20′9″
0.638125	9.896047	—10°59′22″	9.435149	213°25′48″
0.6384375	9.896048	—11°0′ 44″	9.435495	213°28′38″
0.6387500	9.896051	—11°2′ 6″	9.435838	213°31′29″
0.63890625	9.896053	—11°2′ 47″	9.436008	213°32′55″
0.63906250	9.896057	—11°3′ 28″	9.436174	213°34′23″
0.63914062	9.896061	—11°3′ 48″	9.436254	213°35′8″
0.63921875	9.896066	—11°4′ 8″	9.436330	213°35′55″
0.63925781	9.896070	—11°4′ 18″	9.436364	213°36′19″
0.63927734	9.896073	—11°4′ 23″	9.436379	213°36′32″
0.63928710	9.896075	—11°4′ 26″	9.436385	213°36′39″
0.63929686	9.896077	—11°4, 28″	9.436391	213°36′46″
0 63930662	9.896080	—11°4, 30″	9.436394	213°36′53″
0.63931150	9.896082	—11°4′ 31″	9.436394	213°36′57″
0.63931638	9.896084	—11°4′ 32″	9.436392	213°37′0″
0.63932126	9.896087	—11°4′ 32″	9.436387	213°37′3″
0.63932614	9.896089	—11°4′ 32″	9.436381	213°37′5″

Digitized by Google

S	log r	Θ	log ϱ	ψ
0.63933102	9.896092	—11°4′ 31″	9.436374	213°37′7″
0.63933590	9.896094	—11°4′ 30″	9.436366	213°37′7″
0.63934566	9.896098	—11°4′ 29″	9.436350	213°37′7″
0.63935542	9.896101	—11°4′ 26″	9.436335	213°37′6″
0.63937500	9.896107	—11°4′ 22″	9.436305	213°37′2″
0.63941406	9.896116	—11°4′ 13″	9.436246	213°36′53″
0.63945312	9.896125	—11°4′ 4″	9.436189	213°36′42″
0.63953125	9.896140	—11°3′ 44″	9.436076	213°36′17″
0.63960936	9.896153	—11°3′ 25″	9.435965	213°35′50″
0.63968750	9.896166	—11°3′ 5″	9.435855	213°35′23″
0.63984375	9.896191	—11°2′ 26″	9.435637	213°34′26″
0.64000000	9.896214	—11°1′ 47″	9.435421	213°33′27″
0.6403125	9.896260	—11°0′ 28″	9.434990	213°31′28″
0.6406250	9.896304	—10°59′9″	9.434561	213°29′27″
0.641250	9.896392	—10°56′30″	9.433704	213°25′24″
0.641875	9.896480	—10°53′52″	9.432844	213°21′21″
0.642500	9.896571	—10°51′14″	9.431980	213°17′19″
0.643750	9.896758	—10°46′0″	0.430241	213°9′ 18″
0.64500	9.896953	—10°40′46″	9.428486	213°1′ 23″
0.6475	9.897371	—10°30′24″	9.424926	212°45′53″
0.6500	9.897824	—10°20′7″	9.421298	212°30′47″
0.655	9.898823	—9°59′54″	9.413849	212°1′ 46″
0.660	9.899939	—9°40′6″	9.406151	211°34′15″
0.67	9.902478	—9°1′ 55″	9.390023	210°43′20″
0.68	9.905371	—8°25′40″	9.372932	209°57′39″
0.69	9.908560	—7°51′22″	9.354864	209°17′0″
0.70	9.912000	—7°19′3″	9.335784	208°41′14″
0.72	9.919467	—6°20′19″	9.294393	207°44′22″
0.74	9.927499	—5°28′23″	9.248154	207°7′ 4″
0.76	9.935882	—4°42′54″	9.196158	206°50′10″
0.78	9.944463	—4°2′ 45″	9.137026	206°55′36″
0.80	9.953123	—3°26′54″	9.068671	207°27′2″
0.82	9.961776	—2°54′22″	8.987807	208°31′25″
0.84	9.970354	—2°24′6″	8.888891	210°21′56″
0.86	9.978796	—1°54′58″	8.761589	213°27′24″
0.87	9.982948	—1°40′24″	8.681152	215°48′4″
0.88	9.987024	—1°25′27″	8.583091	219°3′ 0″
0.89	9.991015	—1°9′ 47″	8.457706	223°52′32″
0.895	9.992962	—1°1′ 30″	8.379194	227°19′26″
0.900	9.994866	—0°52′45″	8.284561	231°57′25″
0.905	9.996710	—0°43′21″	8.165998	238°37′58″
0.910	9.998453	—0°32′57″	8.008988	249°20′4″
0.9125	9.999264	—0°27′13″	7.907658	257°38′34″
0.9150	0.000004	—0°20′55″	7.784078	269°52′46″
0.9175	0.000625	—0°13′54″	7.633227	289°31′32″
0.9200	0.001034	—0°6′ 0″	7.469983	323°40′40″
0.9225	0.001086	—0°2′ 34″	7.399009	16°39′53″

Digitized by Google

Die vorliegenden Tabellen ergeben nun den Verlauf der gesamten Rechnung: als Argument steht in der ersten Spalte die Bogenlänge s, die bei allen Bahnen als unabhängige Variable gewählt ist und zugleich das der Rechnung zu Grunde gelegte Intervall angiebt, welches im Allgemeinen 0.02 beträgt und nur in der Umgebung gewisser Punkte der Bahn verändert werden musste; die weiteren Spalten geben dann die zugehörigen rechtwinkligen Coordinaten und die letzte Spalte schliesslich noch das Quadrat der relativen Geschwindigkeit, die bei dem vorliegenden Problem eine besonders wichtige Rolle spielt; ausserdem sind bei der zuletzt berechneten Bahn noch die Polarcoordinaten hinzugefügt.

Wie sowohl aus den angegebenen Tabellen, als auch aus den in Tafel I angefertigten Zeichnungen hervorgeht, findet bei allen 5 Bahnen ein den verschiedenen Anfangsbedingungen entsprechender regelmässiger Verlauf statt; so erreicht z. B. die Grösse y stets im 2. Quadranten ihr Max., welches bei Bahn I am grössten, bei Bahn V am kleinsten ist, entsprechendes ist ebenfalls für das Min. der Fall. Das Min. der Entfernungen r, ϱ ist bei Bahn I am grössten, bei Bahn V am kleinsten. Überhaupt findet ein allmählicher Übergang von der einen Bahnform zu der andern statt, was in erster Linie auch von den ausgezeichneten Punkten der Curve sich sagen lässt, die nun zunächst besprochen werden sollen.

Die zuerst zu integrierende Fnnktion ist nach den angegebenen Formeln bekanntlich die Krümmung $\frac{1}{R}$ eine Grösse, welche sich über den grössten Teil der Bahn regelmässig und so stetig ändert, dass das einmal fest gewählte Intervall von 0.02 Einheiten der Bogenlänge genügt, um das erste Integral den Winkel φ mit einer Genauigkeit von 1″-2″ zu erhalten, ohne für die zu Grunde gelegten Interpolationsformeln über die vierten Differenzen hinausgehen zu müssen. Bei der Anwendung der mechanischen Quadratur ist die Herstellung zuverlässiger Anfangswerte mit grösseren Schwierigkeiten verbunden, als die Fortführung der Rechnung, deshalb ist bei der letzten Bahn, auf die es wesentlich ankommt, das Intervall zunächst auf den 8.

Digitized by Google

Teil, also auf 0.0025 Einheiten der Bogenlänge reduciert worden, konnte dann jedoch, nachdem einmal die ersten Anfangswerte gewonnen waren, ohne weitere Schwierigkeit sofort wieder verdoppelt werden. Im weiteren Verlauf der Rechnung trat aber ein Umstand ein, der ihren Charakter vollständig veränderte. Es näherte sich nämlich der Punkt P der in der Tafel I angedeuteten Curve $2\Omega - C = 0$, und infolgedessen wurde die relative Geschwindigkeit V geringer und geringer. Da aber V^2, eine in noch höherem Grade sich der Null nähernde Grösse, im Nenner der zu integierenden Funktion $\frac{1}{R}$ steht, so muste diese Grösse immer grösser und grösser werden; es war deshalb eine fortgesetzter Verminderung des ursprünglichen Intervalls nöthig. Bei den verschiedenen Bahnen kehrte dieses Vermindern stets wieder und zwar in verschiedenem Grade je nach dem Anwachsen der Krümmung. So genügte es schon bei Bahn I auf den 4. Teil des ursprünglichen Intervalls, d. h. auf das Increment $^1/_2$ 0.01 Einheiten der Bogenlänge zu gehen, dagegen bei Bahn II und III stellte sich ein Herabgehen bis auf $\frac{1}{2^4}$ 0.01, bei Bahn IV sogar bis auf $\frac{1}{2^8}$ 0.01 und bei der definitiven Bahn V schliesslich eines auf $\frac{1}{2^{11}}$ 0.01 Einheiten der Bogenlänge als unbedingt erforderlich heraus, so dass also bei dieser letzten Bahn ein 12faches Halbieren des ursprünglichen Intervalls geschehen musste. Die hier angegebenen Daten, ein Auszug aus obigen Tabellen, mögen die fortschreitende Schwierigkeit bei der Berechnung der Bahnen I–V kurz skizzieren:

	Increment	s	$\frac{1}{R}$ Max.	V_2 Min.	$\Delta\varphi$	x—1	y
I	$\frac{1}{2}$ 0.01	0.665	36.898	0.32	10°14′	—0.166	—0.166
II	$\frac{1}{2^8}$ 0.01	0.64626	231.999	0.042	14°57′	—0.2063	—0.1572
III	$\frac{1}{2^8}$ 0.01	0.64375	561.502	0.017	34°48′	—0.2142	—0.1551
IV	$\frac{1}{2^8}$ 0.01	0.639921875	8455.3	0.001	38°47′	—0.2252	—0.1519
V	$\frac{1}{2^{11}}$ 0.01	0.63921876	77733.49	0.00012	21°46′5	—0.2275	—0.1512

Digitized by Google

Hierin bedeutet $\Delta\varphi$ die Differenz zweier aufeinander folgender Werte φ in Bezug auf das angegebene Intervall.

Wie aus den Zahlen zu ersehen ist, ist es gerade noch möglich bei der letztenBahn mit Hilfe von 7 stelligen Logarithmentafeln die Rechnungen durchzuführen, ohne dass alle Stellen verloren gehen. *Darwin*, welcher seine sämtlichen Rechnungen fast nur mit 4 stelligen Tafeln ausgeführt hatte, wäre hierbei auf eine vollständige Spitze gestossen, welches ja die geometrische Bedeutung für $\frac{1}{R} = \infty$ ist. Doch schon im Falle grosser Krümmungen stösst man bei Anwendung der mechanischen Quadratur auf grosse Schwierigkeiten, da ja die zu integrierende Funktion sehr stark anwächst. Möglich wäre es, dass bei Hinzuziehung anderer Arbeitsgleichungen die starke Verminderung der Intervalle vermieden werden könnte, aber wegen sonstiger Schwierigkeiten, die sich daraus ergeben würden, und weil es fraglich bleibt, ob der Rechnungsaufwand merkbar verringert werden würde, ist davon abgesehen worden. Die Curve, durch welche sich die Bahn in der Umgebung der Spitze annähernd ersetzen lässt, ist in Bezug auf bewegliche Achsen eine Cycloide. Daher ist es auch möglich durch Ermittelung der Störungen gegen diese Cycloide die Bahn in der Umgebung dieses ausgezeichneten Punktes zu berechnen.

In Tafel I, wo sämtliche Bahnen der Reihe nach gezeichnet sind, ist dieser allmähliche Übergang zu einer der Spitze nahe kommenden, bei dem gewählten Massstabe für das Auge von einer Spitze kaum unterscheidbaren Krümmung ersichtlich. Die beiden letzten Bahnen wurden in der Umgebung des Max. der Krümmung noch einmal in hundertfacher Vergrösserung gezeichnet, und hier lässt sich bei Bahn IV die starke Krümmung noch sehr deutlich erkennen, während bei der letzten auch dort für das Auge eine Spitze schon beinahe vorhanden ist. Es entsteht nun die Frage, ob beim Verfolgen von noch weiteren Bahnen in der Umgebung dieser letzteren die Spitze wirklich erreicht wird, d. h. ob die Krümmung thatsächlich unendlich gross werden kann. In diesem extremen Falle würde auch der Punkt P die Curve 2Ω—C berühren, ein Überschreiten derselben ist

Digitized by Google

aber ausgeschlossen, da sonst V imaginäre Werte erhalten würde. Dagegen hat das nahe Herankommen des Punktes an die Curve die Folge, dass sich eine gewisse Zeit hindurch die relative Lage der drei Körper zu einander wenig ändert, bis das Überwiegen der Anziehung von einem der beiden Körper den dritten nach diesem hinzieht. Zu erwähnen wäre noch, dass bei kleineren Werten von x_0 als den angenommenen, wie aus den Untersuchungen *Darwins* hervorgeht, die Bahnen einen vollständig andern Charakter annehmen; so fällt der nächste Schnittpunkt der Bahn mit der x-Achse zwischen Jupiter und Sonne und zwar in einer immer grösser werdenden Entfernung von Jupiter, je kleiner der Wert von x_0 ist, bis schliesslich die bisherigen Satelliten des Jupiter Bahnen beschreiben, die beide Körper, sowohl Sonne wie Jupiter umkreisen. Die oben betrachteten Fälle sind als Übergangsformen der Bahnen der einen Art zu solchen der andern Art aufzufassen.

Als weitere ausgezeichnete Punkte der Bahn sind noch die Wendepunkte anzuführen, bei denen sich gleichfalls ein gesetzmässiger Verlauf für die verschiedenen Bahnen erkennen lässt. So treten bei Bahn I noch keine auf, bei II und III je zwei und zwar beide nach dem Max. der Krümmung, bei IV und V dagegen vier, indem kurz vor dem Max. der Krümmung noch zwei weitere hinzukommen. Zu bemerken ist das stets paarweise Auftreten derselben, was aber auch unbedingt erforderlich ist; denn da in einem Wendepunkte ein Zeichenwechsel von $\Delta\varphi$ eintritt, so würde eine ungerade Anzahl derselben die ganze Form der Bahn notwendig verändern müssen, ein Umstand, der auch thatsächlich eintreten muss, in dem Falle, wo der zweite Schnittpunkt der Bahn von P mit der pos. x-Achse von der rechten Seite von J zur linken hinübergeht. Ein Blick auf die Tabellen zeigt den genaueren Verlauf bes. der Krümmung in der Umgebung eines derartigen Wendepunktes; besonders das gesetzmässige Herabgehen des Min. von $\frac{1}{R}$ für die verschiedenen Bahnen wird aus den angegebenen Zahlen deutlich erkannt, ebenso zeigt ein Blick auf Karte I das immer deutlichere Hervortreten der Wendepunkte von Bahn I zu Bahn V.

Digitized by Google

Es bliebe jetzt noch übrig, die Frage nach der Existenz der periodischen Lösung kurz zu erörtern. Zu diesem Zwecke ist natürlich erforderlich, dass der Wert von φ beim zweimaligen Schneiden der x-Achse den Wert 360° erreicht. Nun wird der betreffende Schnittpunkt dadurch wiederum nahe ein singulärer, dass der Punkt P sich dem Jupiter bis auf eine kleine Entfernung nähert, und die Form der Bahn, auf feste Achsen bezogen, nahezu die eines Kegelschnitts wird. Die Formeln für die Störungen gestalten sich in der Umgebung des betreffenden Punktes viel einfacher, da wegen der grossen Annäherung des Punktes Pan Jupiter die Störungen der Sonne fast unmerkbar werden. Aus den relativen Koord. und Geschwindigkeiten lassen sich dann die momentanen Elemente des Körpers besimmen, was für die Punkte 0.84, 0.88, 0.92 s geschehen ist. Die Resulate für die verschiedenen Orte stimmen verhältnismässig gut mit einander überein; man erhält:

p:	0.00499	0.00492	0.00490
e:	0.97865	0.97882	0.97886
a:	0.11841	0.11740	0.11720,

wo p den Parameter, e die Excentricität, a die halbe grosse Achse der Bahn bedeutet. Hieraus ergeben sich für die Perihel-distanzen q die Werte: 0.00253, 0.00249, 0.00248, wo die letzte das Min. der Entfernung des Punktes P von dem Körper J darstellt, das zur Zeit T=0.63383, der Durchgangszeit durchs Perihel, erreicht wird.

Der Körper schwingt sich also mit starker Geschwindigkeit und in einer sehr stark gekrümmten elliptischen, fast parabolischen Bahn um den Jupiter herum. Der Durchgang durchs Perihel findet kurze Zeit nach dem zuletzt berechneten Orte statt, und in diesem Momente bildet der Radius rector des Punktes P einen Winkel von 131° 39′0 mit der oben angenommenen festen Richtung der Achse, wodurch die Lage des Perihels in der Bahn nun ebenfalls bekannt wird. Es liegt dicht bei dem zuletzt berechneten Orte und bildet in der relativen Bahn den Winkel von 11°58′0 mit der pos. x-Achse. Der zugehörige Winkel φ in der rel. Bahn hat an dem betreffenden Orte bereits den Winkel

Digitized by Google

360° um 8° überschritten. Es fällt somit das Perihel sehr nahe mit der Conjunktion der drei Körper zusammen; aber die Abweichung ist doch bereits so stark, dass die Nichtperiodicität der berechneten Bahn sich als sicher erweist, und was von der zuletzt berechneten gilt, ist in noch höherem Grade bei den ersten vier der Fall. Ob bei noch geringeren Werten von x_0 als den berechneten eine periodische Lösung sich ergeben würde, kann ohne weitere Rechnung nicht mit Sicherheit vorausgesagt werden. Gemäss einer rohen Extrapolation, die jedoch keineswegs als sicher anzusehen ist, würde eine solche ungefähr bei dem Werte $x_0 = 0.094$ liegen können; aber bei diesem Werte haben die Bahnen, wie aus den Untersuchungen *Darwins* hervorgeht, schon einen wesentlich anderen Charakter angenommen. Die Spitze degeneriert zunächst zu einer Schleife und bei noch geringeren Werten von x_0 werden aus Trabanten des Jupiter Bahnen, die, wie oben erwähnt, um beide Körper, sowohl Sonne wie Jupiter kreisen.

Zum Schlusse der Untersuchungen möge noch die zu den Werten von s zugehörige Zeit t, deren Einheit zo gewählt ist, dass bei gegebener Einheit der Masse und Entfernung die Gravitationsconstante = 1 wird, angegeben werden, sowie die zu jeder Zeit zugehörige mittlere Anomalie $n(t-t_0)$ des Körpers J, bezogen auf die Sonne für Bahn V.

	t:	
s	t	$n(t-t_0)$
0.00	0.00000	0°0′0
0.02	0.00586	1°6′8
0.04	0.01180	2°14′5
0.06	0.01789	3°24′0
0.08	0.02420	4°36′0
0.10	0.03082	5°51′4
0.12	0.03782	7°11′2
0.16	0.05329	10°7′6
0.20	0.07135	13°33′5
0.24	0.09275	17°37′5
0.28	0.11792	22°24′5
0.32	0.14595	27°44′1

Digitized by Google

0.36	0.17449	33°9′4
0.40	0.20191	38°22′1
0.44	0.22839	43°24′0
0.48	0.25486	48°25′8
0.52	0.28260	53°42′1
0.56	0.31377	59°37′5
0.58	0.33186	63°3′7
0.60	0.35311	67°6′0
0.61	0.36573	69°30′0
0.62	0.38074	72°21′1
0.625	0.38975	74°3′8
0.630	0.40052	76°6′6
0.635	0.41497	78°51′4
0.6375	0.42590	80°56′0
0.63875	0.43504	82°40′1
0.6390625	0.43882	83°23′3
0.6393750	0.44957	85°25′9
0.6396875	0.45515	86°29′5
0.6400000	0.45810	87°3′1
0.6403125	0.46062	87°31′9
0.6406250	0.46278	87°56′5
0.641250	0.46639	88°37′7
0.64250	0.47203	89°41′9
0.6450	0.48019	91°15′0
0.6475	0.48710	92°33′8
0.6500	0.49303	93°41′4
0.655	0.50292	95°34′2
0.660	0.51137	97°10′4
0.67	0.52526	99°48′9
0.68	0.53696	102°2′2
0.69	0.54699	103°56′7
0.70	0.55584	105°37′5
0.72	0.57097	108°30′0
0.74	0.58339	110°51′6
0.76	0.59380	112°50′3
0.80	0.61022	115°57′6
0.84	0.62192	118°11′0
0.88	0.62982	119°41′0
0.92	0.63376	120°26′0

Digitized by Google

Mit Hülfe des Winkels n (t-t$_0$) und der vorherberechneten Grössen Θ, r, ψ, ϱ, lässt sich durch einfache geometrische Konstruktionen auch noch die auf den Schwerpunkt des Systems als Anfangspunkt bezogene Bahn mit festen Achsen, von denen als x-Achse die anfängliche Lage der Linie S J gewählt ist, zeichnen. was in Tafel III geschehen ist. Die Bahn bleibt stets in der Nähe des Jupiter, erreicht kurz vor der Spitze der relativen das Max. der Entfernung von demselben, um bald darauf in Bahn einer fast geradlinigen Bahn auf denselben zuzustürzen, schwingt sich dann kurz vor dem Passieren des Min. der Entfernung in einer stark gekrümmten Bahn um denselben herum, um dann wieder einen ähnlichen Verlauf anzunehmen wie vorher. Die bei der relativen Bahn auffällige Spitze kommt natürlich bei der absoluten Bahn in Wegfall, macht sich aber jedoch noch dadurch bemerkbar, dass eine Zeitlang die relative Lage der drei Körper unverändert fast dieselbe bleibt, was in der gezeichneten Figur auch deutlich zum Ausdruck kommt.

LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA

Digitized by Google

Thesen:

1) Die Einführung der invariablen Ebene als Fundamentalebene für die praktische Astronomie ist vorläufig als unzweckmässig zu verwerfen.
2) Die Leistungen der Inder auf dem Gebiete der Algebra und Zahlentheorie sind ein orginelles Product indischen Geistes und nicht unter griechischem Einfluss entstanden.
3) Der Ansicht *Friedrich Nietzsches*, dass die psychologischen Grundbegriffe nicht unmittelbar erkannt werden können, ist zuzustimmen.

Digitized by Google

VITA.

Ich, *Rudolph Schlitt,* bin am 13. Februar 1879 als Sohn des Postsecretairs *Joseph Schlitt* in Hamburg geboren. Von Ostern 1889 bis Ostern 1892 besuchte ich das Kgl. Realgymnasium zu Wiesbaden und darauf das dortige Kgl. Gymnasium, welches ich Ostern 1898 mit dem Zeugnis der Reife verliess. Ich bezog dann die Universität zu Kiel, um mich dem Studium der Mathematik und Naturwissenschaften zu widmen. Am 24. Januar 1903 bestand ich das Examen rigorosum.

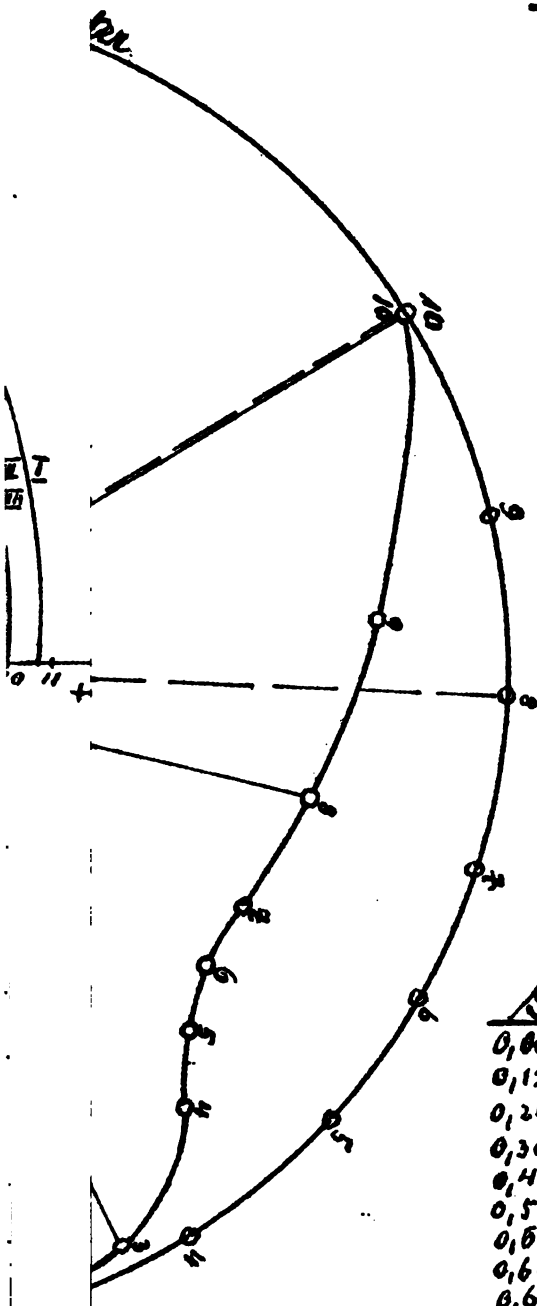
Meine akademischen Lehrer waren die Herren Professoren: *Adickes, Biltz, Brandt, Claisen, Deussen, Haas, Harzer, Hoffmann, Kreutz, Krümmel, Lehmann, Lenard, Lohmann, Martius, Oldenberg, Pochhammer, Stäckel, Weber Wolf.*

An Seminarübungen bezw. praktischen Übungen nahm ich bei folgenden Herren teil:
Adickes, Biltz, Claisen, Deussen, Haas, Harzer, Kreutz, Lehmann, Lenard, Martius Oldenberg, Pochhammer, Stäckel, Weber.

Zum Schluss erlaube ich mir, meinen sämtlichen Lehrern für die Förderung, die ich durch sie empfangen habe, meinen aufrichtigsten Dank auszusprechen. Vor allen aber fühle ich mich Herrn Prof. *Harzer* für die Anregung, die er mir bei der Arbeit hat zuteil werden lassen, zu grossem Danke verpflichtet.

Digitized by Google

Tafel III.



s	Bahn-Punkte	t
0,00	1	0,00
0,12	2	0,04
0,24	3	0,09
0,36	4	0,17
0,48	5	0,25
0,56	6	0,31
0,62	7	0,38
0,64	8	0,46
0,68	9	0,54
0,92	10	0,63

Maßstab:
6mm = 0,05.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

QB36
.S4
186609
Schlitt.

Digitized by Google